jugend forscht

Anwendung des Tröpfchenmodells auf das Horizontproblem

Teilnehmer:	Philipp Schöneberg (17)
Erarbeitungsort:	Gymnasium Athenaeum Stade
Projektbetreuer:	Dr. Hans-Otto Carmesin

Thema des Projekts:

In meinem Projekt geht es um die Anwendung eines Tröpfchenmodells auf das Horizontproblem im frühen Universum. Ich analysiere die dichtebedingten dimensionalen Phasenübergänge und deren Auswirkung auf das Horizontproblem. Hierzu führe ich Tabellenkalkulationen durch und stelle meine Ergebnisse anschaulich in Diagrammen dar.

Fachgebiet:	Mathematik/Informatik
Wettbewerbssparte:	Jugend forscht
Bundesland:	Niedersachsen
Wettbewerbsjahr:	2022

Foto von einem Tropfen: Petra Selbertinger

Inhaltsverzeichnis

3. Einleitung

Mein Projekt hat das Ziel das Tröpfchenmodell (Carmesin mit Schöneberg, 2022) auf das Horizontproblem anzuwenden und zu analysieren, inwiefern es eine Lösung darstellt. Das Tröpfchenmodell beschreibt das Universum und alles innerhalb als mathematisch bekannte Form eines Tropfens und nutzt dimensionale Übergänge. So geht es davon aus, dass genauso wie ein Tropfen mit der Zeit wächst und bei kritischer Größe zusammenbricht, auch das Universum expandiert und bei kritischer Dichte einen Wechsel in eine energetisch günstigere Dimension durchführt. Des Weiteren verändert es die Größen der Tropfen um ebenfalls eine bessere Energiebilanz zu erreichen. Das zu lösende Horizontproblem beschreibt das Problem, dass die Allgemeine Relativitätstheorie (ART) nicht erklären kann, wie Lichtwellen das frühe expandierende Universum vollständig überqueren und somit thermalisieren konnten. Mit meinem Projekt möchte ich testen, ob dieses mathematische, physikalische Modell das Horizontproblem lösen kann und das Verfahren sowie Ergebnis mit Hilfe des Modells leicht verständlich erklären.

Entstanden ist meine Idee bei der Bearbeitung meines letzten Jugend forscht Projektes sowie meinem letzten Beitrag zum Tagungsband der Didaktik B der Physik (Schöneberg mit Carmesin, 2021) zum Thema Lösung des Horizontproblems. Hierbei testete ich verschiedene Modelle auf eine Lösung des Problems, wobei mir Verständnisschwierigkeiten bei Freunden und Verwandten auffielen. Aufgrund dieser Umstände wollte ich das Thema einfacher und besser verständlich machen, woraufhin mein Projektbetreuer Herr Dr. Carmesin, nach der Entwicklung des Tröpfchenmodells vorschlug dieses ebenfalls auf meine Untersuchungen des Problems anzuwenden. Beim Nachdenken über diesen Vorschlag wirkte dieser wie eine vielversprechende Idee, da jeder die Form eines Tropfens kennt und diese mathematisch sowie physikalisch leicht verständlich ist. Des Weiteren bietet es die Möglichkeit meine Untersuchungen des Horizontproblems vielseitig gestützter und somit sicherer zu machen.

4. Vorgehensweise, Materialien und Methoden

Um das Tröpfchenmodell auf das Horizontproblem anzuwenden, ist es im ersten Schritt nötig, die dichtebasierten dimensionalen Übergänge des Universums zu bestimmen, da diese eine enorme Veränderung der Strecken innerhalb zu folgen haben. Dies wirkt sich auch auf die vom Licht zurückgelegte Strecke sowie auf die zu überwindende Distanz des frühen Universums aus, weshalb die Dimensionsübergänge einen wesentlichen Aspekt in Bezug auf das Horizontproblem darstellen. Aufgrund dieser Erkenntnisse, besteht mein erster Schritt darin, die kritischen Dichten, welche einen Dimensionsübergang zur Folge haben, abhängig von der aktuellen Dimension und den Ausmaßen der Tröpfchen zu errechnen. Um die Entwicklung des Universums bezogen auf die Größe seiner Tropfen darzustellen, werde ich auch die Größe des Lichthorizontes als Tröpfchengröße wählen und mit anderen vergleichen. So ist es dann möglich zu überprüfen, in welcher Dimension und zu welcher Dichte, welche Tropfengröße am energetischen ist. Um möglichst aussagekräftige Ergebnisse zu erzielen, entscheide ich mich dafür zusätzlich möglichst das gesamte weitere Spektrum an Tropfengrößen abzubilden und zu untersuchen. Hierzu halte ich es für ein geeignetes Verfahren, den Minimalwert sowie einige zusätzliche Stichproben der gesamten Variationsbreite zu untersuchen. Für die Berechnungen nutze ich die Gleichung {1} (Carmesin mit Schöneberg, 2022).

$$\tilde{\rho}_{D,c} = \left[1 - \left(1 - \frac{\delta r}{R}\right)^{D}\right]^{\frac{4}{D-1}} \times \frac{1}{D^{\frac{2}{D-1}}} \qquad \{1\}$$

Diese Formel dient der Berechnung der kritischen Dichte $\tilde{\rho}_{D,c}$ einer Dimension D und basiert auf dieser Dimension sowie dem Quotienten zweier Radien. Dem Radius des Tropfens Delta r und der Vergrößerung des Tropfens R, welche die Expansion des Universums repräsentiert. Um also eine Tabellenkalkulation mithilfe dieser Formel durchzuführen ist es nötig alle Variablen zu definieren. Da ich die kritischen Dichten für alle Dimensionen berechnen möchte, werde ich innerhalb der Tabelle eine eigene Spalte für die Dimensionen anlegen und spezifisch zu jeder eine Berechnung durchführen. Aufgrund dieser Tatsache kann die Variable D bestehen bleiben. Anders ist es bei den Tröpfchenradien. Denn auch wenn ich verschiedene Radien untersuchen möchte, muss ich diese einzelnen fest definieren. Für die Radien eines Tropfens der Größe des Lichthorizontes, wähle ich den kleinsten möglichen Radius als Tröpfchenradius Delta r und nutze den dimensionsspezifischen Vergrößerungsfaktor V als Vergrößerungsradius (Gleichung {2}). Die maximalste Dimension D_{max} beträgt 301 (Schöneberg mit Carmesin, 2020)

$$V = 2^{\frac{D_{max}-D}{D}} \qquad \{3\}$$

Um daraus nun eine komplett dimensionsabhängige Formel für die Tabellenkalkulation zu machen, setze ich die gewählten Werte als Radien in Formel 2 ein (Formel {4})

$$\tilde{\rho}_{D,c} = \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2^{\frac{D_{max}-D}{D}}}\right)^{D}\right]^{\frac{4}{D-1}} \times \frac{1}{D^{\frac{2}{D-1}}} \qquad \{4\}$$

Nachdem ich nun die Formel der Entwicklung der Tropfenradien der Größe des Lichthorizontes erstellt habe, beginne ich mit der des kleinstmöglichen Tröpfchens. Hierfür setze ich für die Radien jeweils die kleinste beobachtbare Länge, die Plancklänge ein. Und erhalte so meine Formel für die Tabellenkalkulation (Formel {5})

$$\tilde{\rho}_{D,c} = \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2^{\frac{D_{max}-D}{D}}}\right)^{D}\right]^{\frac{4}{D-1}} \times \frac{1}{D^{\frac{2}{D-1}}} \qquad \{5\}$$

Für alle weiteren stichprobenartigen Tröpfchen vereinfache ich die Formel. Da für die Berechnungen nämlich keine spezifischen Radien, sondern Beispiele in einem möglichst großen Spektrum nötig sind, wähle ich, statt einzelne Beispiele für beide Radien, direkt eines für den Quotienten. Dies mache ich in der Formel kenntlich, indem ich den Quotienten der beiden Radien durch die Variable Q abkürze (Gleichung {6}).

$$\tilde{\rho}_{D,c} = [1 - (1 - Q)^{D}]^{\frac{4}{D-1}} \times \frac{1}{D^{\frac{2}{D-1}}} \qquad \{6\}$$

Aufgrund dieser Vereinfachung kann ich den Quotienten nun direkt definieren. So wähle ich als weitere Tröpfchenbeispiele Tropfen mit den Quotienten 0,5; 0,25; 1e-1; 1e-2; 1e-3; 1e-4 und 1e-5, um ein möglichst großes Spektrum darzustellen. Nach der Wahl der Beispiele starte ich die Tabellenkalkulation. Hierfür trage ich in die erste Spalte alle Dimensionen von 1-301 ein, während ich in der zweiten die jeweilige Formel bezogen auf die nebenstehende Dimension und passende Tröpfchengrößen notiere. Anschließend, nach der automatischen Berechnung der Formeln wählte ich alle Werte aus und lies sie gemeinsam in einem Diagramm darstellen, um Gemeinsamkeiten und Unterschiede leichter zu Erkennen.

5. Ergebnisse

Ergebnisse Tabellenkalkulation kritische Dichten:

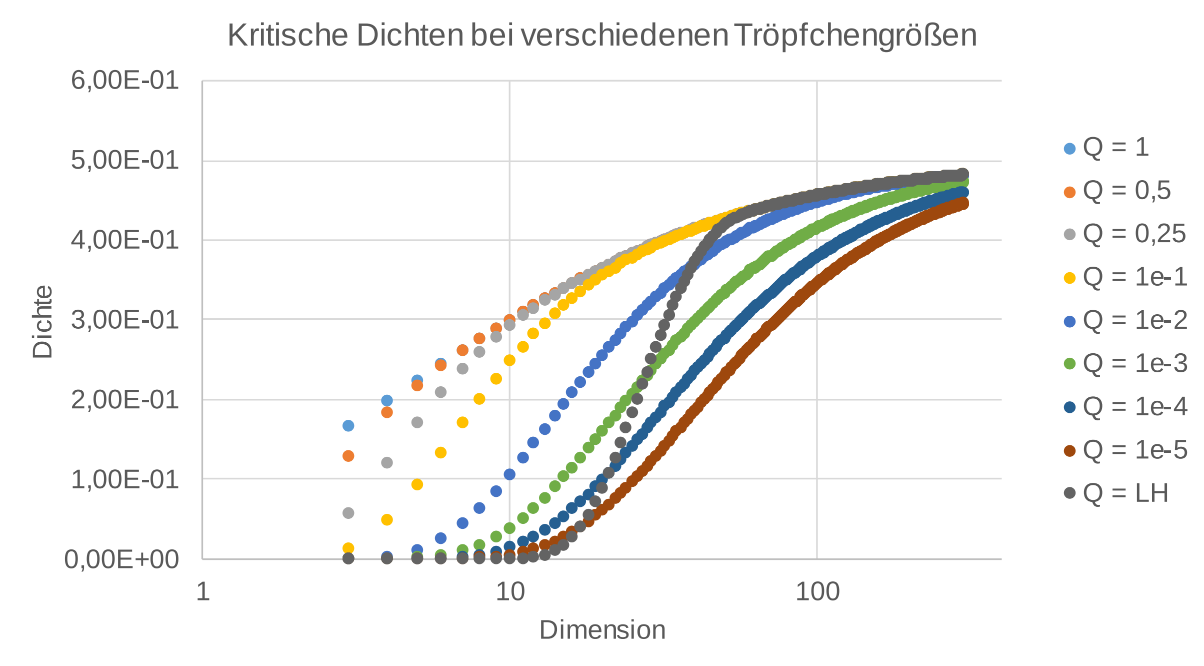

Abb. 1: Excel-Punktdiagramm der kritischen Dichten bei verschiedenen Tröpfchengrößen

Bei Betrachtung des Diagramms ist zu Beginn der wichtigste Aspekt, dass es zeitlich von hoher zu niedriger Dimension, also von rechts nach links zu lesen ist, da im frühen Universum alle Masse auf den kleinstmöglichen Bereich zusammengedrückt und somit die höchste Dichte, die Planckdichte, erreicht war. In der Darstellung der Tabellenkalkulation ist gut erkennbar, dass der dunkelgraue Graph des Lichthorizonts zu Beginn weit oben auf den Graphen der besonders kleinen Tropfen verläuft, danach aber schnell fällt und schlussendlich unterhalb des Graphems des größten berechneten Tropfens verläuft. Auf das Universum bezogen, bedeutet dieser Verlauf, dass das Universum in hohen Dimensionen aus sehr kleinen Tropfen bestand mit dem Wechsel zu geringeren Dimensionen aber sehr schnell auf sehr große Tropfen wechselte. Bezogen auf das Horizontproblem lässt sich schließen, dass dieses Modell sehr vielversprechend ist, da es schnell von einer sehr hohen Dimension zu einer sehr niedrigen wechselt und somit früh viele dimensionale Phasenübergänge durchläuft. Aufgrund ihres Effektes der Streckenvergrößerung wird das Licht wohl eine deutlich größere Strecke als nach der allgemeinen Relativitätstheorie zurücklegen und somit recht wahrscheinlich das frühe Universum komplett durchqueren, thermalisieren und somit das Horizontproblem lösen.

6. Ergebnisdiskussion

Bei Betrachtung der Ergebnisse zeigt sich, dass der Grundstein zur Überprüfung des Horizontproblems durch Berechnung der kritischen Dichten bereits gelegt ist. Ich habe die benötigten Werte errechnet sowie den Verlauf des Universums dimensions- und tröpfchenbezogen zurückverfolgt und analysiert. Des Weiteren war es mir möglich bereits eine erste begründete Voraussage in Bezug auf die Lösung des Horizontproblems zu treffen. Die fehlende Tabellenkalkulation und Analyse sowie die dazugehörigen Ergebnisse in Bezug auf das Horizontproblem sind allerdings etwas, was ich noch nicht fertiggestellt, für das Jurygespräch vor Ort aber in Ausblick stellen möchte.

7. Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich also sagen, dass das Projekt noch nicht abgeschlossen, jedoch auf dem richtigen Weg ist. Es ist mir gelungen das Horizontproblem anhand des Tröpfchenmodell zu modellieren und grundlegende Berechnungen abzuschließen. Des Weiteren war eine erste vorausschauende Analyse möglich und zeigte vielversprechende Anhaltspunkte. Eine abschließende Tabellenkalkulation einschließlich Untersuchung ist aber noch ausstehend.

8. Quellen- und Literaturverzeichnis

Carmesin, Hans-Otto; Schöneberg, Philipp (2022) Phase Transitions in the Early Universe analysed via a Droplet Model. IJESI, International Journal of Engineering and Science Invention, submitted

Schöneberg, Philipp; Carmesin, Hans-Otto (2020) Solution of a Density Problem in the Early Universe. PhyDid B, pp. = 43-46.

Schöneberg, Philipp; Carmesin, Hans-Otto (2021) Solution of the Horizon Problem. PhyDid B, pp. = 61-64.